要素投入の質的変化と経済成長[†]

中村 英樹（大阪市立大学経済学部）

中村 勝克（福島大学経済学部）

2003 年 5 月

＜概要＞

この論文では，経済成長の二極化現象を説明することを試みる．生産のために一定種類の工程があり，それらは，人的資本と物的資本が用いられる工程と労働が用いられる工程に大きく分けられる．そして，人的資本蓄積の学習効果とそのスピルオーバーから，労働の工程から両資本の工程へのシフトが起こると仮定する．初期時点において，両資本の用いられる工程数よりも労働の用いられる工程数の方が相対的に多く，その後，労働の工程から両資本の工程へのシフトが進みにくい経済は，技術進歩のない新古典派成長モデルと似た様相を呈する．だが，労働の工程数よりも両資本の工程数の方が相対的に多い経済から出発すれば，さらなるシフトが進みにくくても内生成長が可能となる．労働の工程から両資本の工程へシフトしやすい経済であれば，初期時点における相対的な工程数に関わらず，内生成長が起こり得る．

[†]本稿の基礎になった研究に対して文部科学省科学研究費補助金特定領域研究「世代間利害調整」（領域番号：603）から研究費の助成を受けた．記して謝意を表したい．

E-mail（中村 英樹）：hnakamur@econ.osaka-cu.ac.jp

E-mail（中村 勝克）：e018@ipc.fukushima-u.ac.jp

１．はじめに

戦後における世界各国の所得分布の時間的変化に関して，Quah（1996）らは二極化現象を報告している．それは，世界の所得分布は時間とともに2つの山（bimodal）になっていき，その差はどんどん開いていく，つまり，貧しい国と富める国のグループが形成されていき，貧しい国々は貧しいままで，富める国々はますます富むというものである．この二極化現象は，通常，労働一人当りGDPで観測されるが，GDPと物的資本そして人的資本はかなり高い正の相関があるため，労働一人当りで見た物的資本や人的資本でも同様の二極化現象が見られる．技術的に単純労働よりも両資本の方が生産要素として広く利用される場合を，生産要素投入の質的な高度化と捉えると，成長の罠に陥っている国々では要素投入の高度化は停滞していて，長期成長率の高い国々では要素投入の高度化が進んでいると考えられる．この論文では，要素投入の量的レベルだけではなく質的レベルも明示的に考慮して，経済成長の二極化現象を説明することを試みる．

モデルの概要は以下のとおりである．経済における財は一種類のみであり，それは一定種類の工程を経て生産される．それら工程は，人的資本と物的資本を生産要素とする工程と単純労働のみを生産要素とする工程に大きく分けられる．なお，それぞれを資本の工程と労働の工程と以下では呼ぶ．

要素投入の質的レベルに関しては，工程の総種類数に対する資本の工程数の割合で測る．企業は，その要素投入の質的レベル，つまり，資本と労働の工程数を所与として，各生産要素である人的資本，物的資本と労働の量的投入量を決定する．個々の企業にとって，同じ生産要素を用いる工程は対称的であり，各生産要素の限界生産性は逓減する．また，生産関数は一次同次であり，各時点においてコブ·ダグラス型となっている．

本論文では，人的資本には資本に関する知識が体化されていて，経済全体において資本に関する知識は人的資本と比例関係にあるとする．そして，経済全体の平均的な知識つまりは労働一人当り人的資本が生産技術のフロンティアを規定すると考える．経済全体の知識つまり人的資本が少ない経済では，労働の工程数に対して資本の工程数は少なく，逆に，知識つまり人的資本が豊富な経済では，資本の工程数は相対的に多いであろう．具体的にモデルでは，労働の工程数に対する資本の工程数は，経済全体における労働一人当り人的資本により決定すると仮定する．このもとでは，労働一人当り人的資本の蓄積によって，資本の工程数が相対的に増加する．これは，各企業の投資の意図せざる結果として労働生産性が上昇することを意味し，本質的には Arrow （1962）や Romer (1986) が言うところの学習効果とそのスピルオーバーである．

以上のもと，企業の生産関数には，その企業が投入する労働，物的資本そして人的資本だけではなく，経済全体の労働一人当り人的資本が，資本と労働の工程数をとおして含まれることになる．これは，経済全体の労働一人当り人的資本が外部経済効果として生産関数に入ってくることを意味する．企業にとって，労働一人当り資本（人的資本と物的資本）の限界生産性は収穫逓減であるが，経済全体の労働一人当り人的資本が，各企業の直面するその限界生産性へ正の影響を及ぼす．ただし，資本の工程数が労働の工程数に比べて少ない，つまり，要素投入の高度化が進んでいない経済では外部経済効果は小さく，労働一人当り資本の限界生産性は社会的に見ても逓減したままである．よって，要素投入の質的レベルが低い状態から出発してその高度化が難しい経済では，労働一人当り資本の蓄積そして高度化は停滞して，経済成長は止まる．経済は早晩において定常状態に収束し，技術進歩のない新古典派成長モデルと似た様相を呈するのである．

一方，初期時点において要素投入の高度化が既に進んでいる経済では，たとえさらなる高度

化が難しくても，経済全体の労働一人当り人的資本は，各企業の労働一人当り資本の限界生産性に対して大きく貢献し，社会的に見ると収穫逓増となる．このとき，企業の資本蓄積と，工程のシフトつまり要素投入の高度化との間に補完関係が発生していて，成長の罠に陥ることはなく，労働一人当り資本の蓄積は永遠に止まらず内生成長が生じる．また，要素投入において質的に労働から資本へのシフトが進んでいくので，生産関数は極限において，物的資本と人的資本からのみ構成される．以上をまとめると，要素投入の高度化が難しい経済では成長の閾値が存在し，初期時点における資本の工程数と労働の工程数に応じて全く異なる成長パターンが出てくる．要素投入の質的レベルが閾値より低ければ，いわゆる成長の罠に陥り，その質的レベルが閾値より高ければ，企業の資本蓄積と要素投入の高度化との間に補完関係が発生し内生成長経路に乗れる．

また，要素投入の高度化が進んでいない状態から出発したとき，経済全体の人的資本蓄積によってその高度化が容易にできる経済では，外部経済効果を考慮した労働一人当り資本の限界生産性に関して収穫逓減の局面が存在しても，労働一人当り資本の蓄積は永遠に止まらず内生成長が生じ得る．これは，経済全体の人的資本蓄積による学習効果とそのスピルオーバーから要素投入の高度化が容易になされ，企業における資本のさらなる蓄積が止まらないからである．この場合，成長の閾値は存在せず，要素投入の質的レベルが，初期時点においていかなる値であっても長期成長が可能となる．

なお，このモデルにおいて社会的生産関数は常に一次同次であるが，資本（人的資本と物的資本）と労働間の代替の弾力性は，経済全体の労働一人当り人的資本に依存しそれに対して増加関数となっている．要素投入の高度化が進んでいないもとで成長の罠に陥っているときは代替の弾力性は１より小さく，またそれが１よりも大きいとき経済は必ず内生成長の経路上に

である．[1]

経済成長の二極化に関する既存の分析よりも，本論文は以下の点でより豊富な考察が可能であることを強調したい．まず，要素投入の量的レベルとその変化だけではなく，質的レベルとその変化を，資本と労働の工程数によって考慮することである．それにより，要素投入の高度化が容易ではない場合には，その質的レベルについて成長の閾値がモデルから決定される．そして，初期時点における投入の質的レベルに応じて，成長の罠に陥る経済と内生成長経路に乗る経済が生じる．このことは，たとえ同じ構造パラメータからなる経済であっても，初期時点の投入の質的レベルによって成長の二極化が発生する可能性を示唆する．一方，要素投入の質的レベルが低い状態から出発しても，その高度化が容易である経済では成長の閾値は発生せず，常に内生成長が可能であることを示せる．したがって，たとえ初期時点の投入の質的レベルが同じ経済であっても，構造パラメータの違いにより成長が二極化し得る．なお，このモデルで導出される社会的生産関数に関する資本と労働間の代替の弾力性は内生的に変化し，成長の局面の違いによって要素間の代替性は異なってくる．

本論文の構成に関して，まず第 2 節ではモデルを記述する．そして，第 3 節において経済の均衡成長経路を導く．続く第 4 節では，経済に二つの定常状態が存在する可能性を言及し比較静学を行う．均衡成長経路の動態は第 5 節で考察し，最後の第 6 節で論文を締め括る．

２．モデル

経済には，競争的に活動する家計と企業が多く存在する．企業は，人的資本，物的資本と労働を投入して生産を行う．生産された財は，家計の消費と物的資本や人的資本の蓄積に使われ

[1] Duffy and Papageorgiou (2000) はクロスカントリーデータにより社会的生産関数を CES 型として推定し，資本と労働間の代替の弾力性が 1 つまりコブ・ダグラス型であることを棄却している．

る．また，企業に労働を提供するのは家計であり，各時点における家計の所得は，労働供給によって得られる賃金と貯蓄残高からの利子によって構成される．

2.1 企業

生産過程において一定種類の工程が存在し，それら工程は，人的資本と物的資本を投入する工程と労働のみを投入する工程からなる．[2] 資本の工程数と労働の工程数は，後に見るように経済全体において決定され，各企業にとっては所与である．工程の総数は経済にとっても所与の定数とする．各工程数を所与として，この完全競争企業は，人的資本，物的資本そして労働を投入する．企業数を 1 に基準化して，t 時点における代表的企業の生産関数を次のように設定する：

$$(1) \qquad \ln Y_t = \int_0^{m_t} [\beta \ln h_t(i)^{\frac{1}{M}} + (1-\beta) \ln k_t(i)^{\frac{1}{M}}] di + \int_0^{M-m_t} \ln l_t(j)^{\frac{1}{M}} dj, \quad 0 < \beta < 1,$$

ただし，Y_t, $h_t(i)$, $k_t(i)$ と $l_t(j)$ はそれぞれ，t 時点における生産量，i 番目の資本の工程における人的資本投入量，i 番目の資本の工程における物的資本投入量と j 番目の労働の工程における労働投入量を意味する．m_t は資本の工程数，$M - m_t$ は労働の工程数，そして，M は総工程数である．

(1) 式の生産関数は各時点においてコブ･ダグラス型生産関数であり，生産量は生産要素投入量に関して一次同次となっている．この生産関数のもと，人的資本と物的資本の要素価格，賃金率，および，資本の工程数と労働の工程数を所与として，企業は費用を最小化するようにそれぞれの要素投入量 $h_t(i)$, $k_t(i)$, $i \in [0, m_t]$ と $l_t(j)$, $j \in [0, M - m_t]$ を選択するのだが，t 時点の

[2] 本論文では工程で説明を行うが，労働から生産される中間財と人的資本や物的資本から生産される中間財を一定種類用いて，最終財を組み立てる場合も同様に想定できる．

費用は以下のとおりである：

$$\int_0^{m_t}[(r_{ht}+\delta)h_t(i)+(r_{kt}+\delta)k_t(i)]di+\int_0^{M-m_t}w_tl_t(j)dj, \tag{2}$$

ただし，$(r_{ht}+\delta)$, $(r_{kt}+\delta)$ と w_t は，それぞれ t 時点における人的資本と物的資本の要素価格そして賃金率である．なお，人的資本と物的資本の減耗率は等しく δ と仮定している．

生産関数 (1) 式と費用 (2) 式のもと，t 時点における各投入量は，その限界生産性と要素価格が等しいとする以下の一階条件を満たさなければならない：

$$h_t(i)\equiv h_t=\frac{\beta Y_t}{M(r_{ht}+\delta)},\qquad i\in[0,m_t], \tag{3}$$

$$k_t(i)\equiv k_t=\frac{(1-\beta)Y_t}{M(r_{kt}+\delta)},\qquad i\in[0,m_t], \tag{4}$$

$$l_t(j)\equiv l_t=\frac{Y_t}{Mw_t},\qquad j\in[0,M-m_t]. \tag{5}$$

2.2 家計

各家計は一人の個人によって構成されるとし，全ての家計は同質と考える．それぞれの家計は，各時点で労働を一単位保有し非弾力的に最終財生産企業に供給する．そして，労働供給によって獲得する賃金と貯蓄残高から得られる利子収入が家計の所得となり，家計はこの所得を消費もしくは追加的貯蓄にまわす.

t 時点の家計数つまり人口を L_t と表し，その成長率は一定の n とすると，代表的家計が直面する t 時点の予算制約は,

$$\dot{s}_t=w_t+r_ts_t-c_t-ns_t, \tag{6}$$

と書ける．ただし，s_t, c_t と r_t は，それぞれ t 時点における家計の貯蓄残高，消費と利子率である．

家計の効用関数は対数型で特定化する：

$$\int_0^\infty \ln c_t \exp(-\rho t) dt. \tag{7}$$

各家計は初期の貯蓄残高 s_0 を所与とし，(6) 式の予算制約の下，(7) 式で与えられる効用を最大化するように消費経路の選択を行う．この問題に関するハミルトニアンを，

$$J_t \equiv \exp(-\rho t) \ln c_t + \lambda_t (w_t + r_t s_t - c_t - n s_t),$$

とおく．なお，λ_t は貯蓄の動学式 (6) に付随するラグランジュ乗数である．

一階条件を整理すると，効用最大化のための必要条件である消費の動学式

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = r_t - \rho - n, \tag{8}$$

が導かれる．

さらに，以下の横断性条件を課しておく：[3]

$$\lim_{t \to \infty} \lambda_t s_t = 0. \tag{9}$$

2.3 資本の工程数と労働の工程数

本節では，企業にとって所与であった資本の工程数と労働の工程数が，経済全体においてどう決まるかを明らかにする．本論文では，資本に関する知識やその使用のノウハウは人的資本に体化することができ，経済全体において知識は人的資本と比例的に存在するという仮定のもと，知識つまりは人的資本が技術のフロンティアを規定すると考える．平均的な知識つまり労働一人当り人的資本が少ない経済では，単純労働を用いる工程は生産に広く利用されるが，資

[3] 個人間の貸借も考える際には，横断性条件に加えて non-Ponzi-game 条件を課す必要があるが，ここでは個人間の貸借は行なわれないものとしてこの条件は明示しない．

本に関する知識やノウハウは経済全体で十分に蓄積されていないため，資本の工程は生産にあまり利用することが出来ないであろう．逆に，平均的な知識つまり労働一人当り人的資本が豊富な経済では，資本に関する知識やノウハウが経済全体で多く蓄積されているので，総工程のうち資本の工程が相対的に多く利用可能であるとする．

具体的には，資本と労働の工程数の比率と経済全体における労働一人当り人的資本の関係を，次式によって定式化する：

$$\frac{m_t}{M-m_t} = \phi \cdot (\frac{H_t}{L_t})^{\gamma}, \qquad 0<\phi, \quad 0<\gamma<1, \tag{10}$$

ただし，H_t と L_t は，それぞれ t 時点における経済全体の人的資本量と労働量である．

(10) 式において，労働一人当り人的資本に対する相対的工程数のシフトパラメータ ϕ や弾力性 γ が大きいほど，人的資本が要素投入の質的レベルに関する技術フロンティアに対して大きく正の影響を及ぼし，また，弾力性が 1 よりも小さいことは，人的資本蓄積の効果が逓減することを意味している．

(10) 式を時間に関して微分すると，

$$\frac{d(\frac{m_t}{M-m_t})}{dt} = \phi\gamma(\frac{H_t}{L_t})^{\gamma-1}\frac{d(\frac{H_t}{L_t})}{dt},$$

となり，経済全体における労働一人当り人的資本の蓄積過程において，労働の工程から資本の工程へのシフトが起こることを意味する．人的資本そのものは私的財であるので競合的かつ排除的であるが，それと比例関係にある経済全体の知識は非競合的かつ非排除的な公共財であると考える．この考え方のもとでは，人的資本の蓄積過程において学習が生じるとき，労働の工程から資本の工程への質的なシフトが可能となり，そのシフトに関する知識が各企業にスピルオーバーする．これは，人的資本への投資の意図せざる結果として各企業の労働生産性が上昇

することを意味し，本質的には Arrow (1962) や Romer (1986) における学習効果とそのスピルオーバーの仮定となっている．なお，弾力性 γ の制約から，要素投入の高度化が進むにつれて，さらなる高度化にはより多くの人的資本蓄積が必要になってくることが見てとれる．

さて，要素投入の質的レベルは，工程の総種類数のうち資本の工程がどれだけ用いられているかということで測る．すなわち，

$$a_t \equiv \frac{m_t}{M}, \tag{11}$$

を要素投入の質的レベルとし，a_t が大きいほど要素投入の高度化が進んでいると捉える．

(10) 式と a_t の定義 (11) 式から，

$$a_t = \frac{\phi \quad (H_t/L_t)^{\gamma}}{1+\phi(H_t/L_t)^{\gamma}}, \tag{12}$$

という関係が導出されるが，これを図 1 で表す．図から，経済全体における労働一人当り人的資本に対して要素投入の質的レベルは凹関数の形状をしていることが分かる．労働一人当り人的資本がゼロのとき，要素投入に関して，資本の工程は無く労働の工程のみとなるので，要素投入の質的レベルはゼロである．労働一人当り人的資本が高まるにつれ，学習効果によって労働の工程から資本の工程へのシフトつまり要素投入の高度化が起こる．そして，労働一人当り人的資本が無限大において，労働の工程は無く資本の工程のみとなるので，要素投入の質的レベルは 1 となる．

(12) 式における要素投入の質的レベルのもと，同じ生産要素に関する工程の対称性から企業の生産関数 (1) 式を書き直す：

$$\ln Y_t \quad = a_t[\beta \ln h_t + (1-\beta)\ln k_t] + (1-a_t)\ln l_t.$$

企業は要素投入の質的レベルが所与のもと、各生産要素の投入量を決定するわけだが，投入の質的レベルは，(12) 式にあるように経済全体の労働一人当り人的資本に依存する．したがって，企業の生産関数において，資本と労働の工程数つまり投入の質的レベルをとおして，経済全体の労働一人当り人的資本が外部経済効果として入ってくる．Lucas (1988) は人的資本を知識ストックそのものとして扱っているが，経済全体の労働一人当り人的資本を外部経済効果として生産に考慮する点では，本論文と同様である．[4]

3．経済の均衡成長経路

経済には，最終財市場，労働市場，人的資本財市場，物的資本財市場および資産市場が存在している．まず，労働市場，人的資本財市場，物的資本財市場および資産市場の均衡に注目したい．各生産要素は企業によって需要され，それぞれの需要量が (3) 式,(4) 式と (5) 式によって定まる点を思い出すと，労働市場と各資本財市場の均衡条件は次のように書ける：

$$L_t = (M - m_t)l_t, \tag{13}$$

$$H_t = m_t h_t, \tag{14}$$

$$K_t = m_t k_t, \tag{15}$$

ただし，K_t は経済全体の物的資本量である．

本モデルは閉鎖経済であり唯一の貯蓄手段は資本蓄積であるので，均衡においてそれらは等しく，また，物的資本と人的資本の各収益率は貯蓄利子率と等しい：

$$\frac{d(s_t L_t)}{dt} = \frac{d(H_t + K_t)}{dt}, \tag{16}$$

[4]Einarsson and Marquis (1996) は USA の戦後マクロデータを用いたカリブレーションによって，Lucas (1988) モデルにおける人的資本の外部経済性の存在を確認している．

$$r_{ht} = r_{kt} = r_t. \tag{17}$$

初期時点において経済全体の総資本 $(H_0 + K_0)$ と資産総額 $s_0 L_0$ は等しく，それらは各時点のフローでも等しいので，結局それらは各時点のストックにおいても等しい．また，人的資本と物的資本に関する収益率と資本減耗率が各々等しいことから，人的資本と物的資本は，線形の比例関係

$$\frac{H_t}{K_t} = \frac{\beta}{1-\beta}, \tag{18}$$

にあることが分かる．

以下の分析のために，人的資本と物的資本の合計である資本 X_t を新たに定義する：

$$X_t \equiv H_t + K_t = \frac{1}{\beta} H_t = \frac{1}{1-\beta} K_t.$$

新たに定義された労働一人当り資本 $x_t \equiv \frac{X_t}{L_t}$ の蓄積方程式を，貯蓄の動学式 (6) と上記の市場均衡条件から導出する：

$$\dot{x}_t = y_t - c_t - (n+\delta) x_t, \tag{19}$$

ただし，$x_t \equiv \frac{X_t}{L_t}$, $y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t}$ である．また，工程の総種類数 M は，分析に本質的な影響を及ぼさないので 1 と基準化している．

ここで，労働一人当り生産を，均衡における各資本間の比例関係 (18) 式を用いながら，労働一人当り資本の関数として見ると以下の形で表される：

$$y_t = [a(x_t)^{a(x_t)} (1 - a(x_t))^{1-a(x_t)}]^{-1} [\beta (\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta} x_t]^{a(x_t)}, \tag{20}$$

ただし，$a(x_t) = \phi(\beta x_t)^\gamma / (1 + \phi(\beta x_t \quad)^\gamma)$, そして，$\beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta} x_t = (\frac{H_t}{L_t})^\beta (\frac{K_t}{L_t})^{1-\beta}$.

続いて，家計が選択する消費経路を考慮すると，それは (8) 式に従っていたが，経済全体における均衡条件により，

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = a(x_t)\frac{y_t}{x_t} - (\rho + n + \delta), \tag{21}$$

という消費に関する動学が導かれる．

ここまでの議論によって，経済の均衡成長経路は (19) 式と (21) 式の二本の微分方程式に従っていることが分かる．ただし，それらが均衡成長経路であるためには，追加的に以下二つの条件を満たしている必要がある．第一は前述した横断性条件 (9) 式であり，第二は消費の実現可能性に関する条件である．前者の条件は十分に大きな T に関して，

$$\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} + \frac{\dot{x}_t}{x_t} < 0, \qquad t \geq T, \tag{22}$$

を満たしていると書き換えることができ，そして，後者の条件は，

$$c_t \leq y_t + x_t, \tag{23}$$

と表される．

(19) 式,(21) 式,(22) 式と (23) 式を全て満たす経路が，この経済の均衡成長経路となるのだが，次節以降の分析において動学が見やすいように，資本当りの消費 $\tilde{c}_t \equiv \frac{c_t}{x_t}$ を定義してそれらを書き直す：

$$\frac{\dot{x}_t}{x_t} = \frac{y_t}{x_t} - \tilde{c}_t - (n + \delta), \tag{24}$$

ただし，

$$\lim_{x_t \to 0} \frac{y_t}{x_t} = \infty, \qquad \lim_{x_t \to \infty} \frac{y_t}{x_t} = \beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta},$$

$$\frac{\dot{\tilde{c}}_t}{\tilde{c}_t} = -(1-a(x_t))\frac{y_t}{x_t} + \tilde{c}_t - \rho, \tag{25}$$

ただし，

$$\lim_{x_t \to 0}(1-a(x_t))\frac{y_t}{x_t} = \infty, \qquad \lim_{x_t \to \infty}(1-a(x_t))\frac{y_t}{x_t} = 0,$$

$$(1-a(x_t))\frac{y_t}{x_t} - \tilde{c}_t < 0, \tag{26}$$

$$\tilde{c}_t \leq (1-a(x_t))\frac{y_t}{x_t} + 1. \tag{27}$$

4．定常状態の分析

均衡成長経路の動態を分析する前に，本節では，この経済において複数の定常状態が生じる可能性を言及したい．まず，本論文における定常状態を，

$$\dot{x}_t = \dot{\tilde{c}}_t = 0, \tag{28}$$

と定義し，定常状態における x_t と $\tilde{c}_t$ をそれぞれ x と $\tilde{c}$ とする．

定常状態の定義 (28) 式を，資本と消費に関する動学式 (24) 式と (25) 式に代入する：

$$\tilde{c} = \frac{y}{x} - (n+\delta), \tag{29}$$

$$\tilde{c} = (1-a(x))\frac{y}{x} + \rho. \tag{30}$$

よって，これら (29) 式と (30) 式の交点である定常状態の労働一人当り資本は次のように求められる：

$$\rho + n + \delta = a(x)\frac{y}{x} \equiv f(x;\beta,\phi,\gamma). \tag{31}$$

この (31) 式における $f(x;\beta,\phi,\gamma)$ は，各企業が直面する労働一人当り資本の限界生産性に他ならない．その形状は図 2 に示したようなものとなり，$(\rho+n+\delta)$ に対して ϕ, γ や β が十分に小さいときには，ある範囲の x に関して $(\rho+n+\delta) > f(x)$ が成り立ち，(31) 式を満たす x が二つ存在することになる．[5] つまり，要素投入の高度化が難しいとき，または，時間割引率，人口成長率や資本減耗率が高いときには，定常状態は二つ存在する可能性がある．

この複数定常均衡が存在する経済においては，次節と付録で見るように，労働一人当り資本 x が低位水準にある定常状態は鞍点であり，それが高位水準にある定常状態は発散点である．つまり，資本に関して成長の閾値が存在し，低位水準の定常状態において，いわゆる成長の罠に陥る可能性がある．これは，要素投入の高度化にかなりの人的資本蓄積を要する場合においては，初期の人的資本が小さいと外部経済効果も小さく，企業における資本の限界生産性の低下が止まず，要素投入の十分な高度化がなされる前に資本蓄積のインセンティブが失われてしまうからである．よって，このような経済では資本は増えず，要素投入の高度化も余り進んでいない状態で停滞してしまう．だが，初期の人的資本がかなり大きければ，具体的には高位均衡の資本 x^h 以上に初期の資本が存在すれば，たとえ要素投入のさらなる高度化が難しくても，外部経済効果の大きさから企業における資本の限界生産性は低下せず資本蓄積のインセンティブは失われない．つまり，企業の資本蓄積と要素投入の高度化との間に補完性が発生し，そのような経済は長期成長を達成できる．

一方，$(\rho+n+\delta)$ に対して ϕ, γ や β が十分に大きいときには，全ての x について $(\rho+n+\delta) < f(x)$ が成立する．これは，要素投入の高度化が容易なとき，または，時間割引率，人口成長率や資

[5]ただし，$(\rho+n+\delta) < \beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta}$ を仮定する．任意の β のもと，$(\rho+n+\delta)$ が 0.5 よりも小さければよい．もし，それが 0.5 よりも大きければ，鞍点定常均衡のみ存在するが，人口成長率等がそのような高い値をとることは実証的に有り得ないであろう．

本減耗率が低いときには，定常状態が存在しない可能性があることを意味する．この場合においては，初期の人的資本量の多寡に関わらず，資本蓄積が永久に続き経済は長期成長を遂げる．つまり，成長の閾値は存在しない．

さて，複数定常均衡が存在する場合において，各パラメータに関する比較静学を試みる：

(32)
$$\frac{\partial x^l}{\partial \rho} = \frac{\partial x^l}{\partial n} = \frac{\partial x^l}{\partial \delta} < 0, \quad \frac{\partial x^l}{\partial \phi} > 0, \quad \frac{\partial x^l}{\partial \gamma} > 0, \quad \frac{\partial x^l}{\partial \beta} > 0,$$
$$\frac{\partial x^h}{\partial \rho} = \frac{\partial x^h}{\partial n} = \frac{\partial x^h}{\partial \delta} > 0, \quad \frac{\partial x^h}{\partial \phi} < 0, \quad \frac{\partial x^h}{\partial \gamma} < 0, \quad \frac{\partial x^h}{\partial \beta} < 0,$$

ただし，x^l は低位水準にある定常状態であり，x^h は高位水準にある定常状態を表す．なお，β に関する比較静学は，$\beta \geq 0.5$ の条件のもとでの符号関係である．

経済が低位均衡に陥っているとき，時間割引率, 人口成長率と資本減耗率の上昇は，全て x^l を低下させることが確認できる．これらの影響は，新古典派成長モデルにおける影響と定性的には同じである．すなわち，時間割引率の上昇は相対的に現時点の消費に重きを置くようになることをとおして，人口成長率の上昇は新たに生まれてくる人に対する資本の割り当てが増すことをとおして，そして，資本減耗率の上昇は直接的に，それぞれ資本蓄積に負の影響を及ぼす．ただし，本モデルでは，要素投入の質的変化が外部経済効果的に影響しているため，新古典派成長モデルの場合と比べて定常状態への影響は，もちろん定量的に異なってくる．

また，時間割引率，人口成長率や資本減耗率の上昇は，高位均衡の資本 x^h を上げる．それらパラメータの上昇は，低位均衡の労働一人当り資本を下げるのと同時に，内生成長をもたらす均衡成長経路へ乗るために必要な最小限の資本量を高めてしまうのである．言い換えると，成長の罠に陥った経済の生産を低くするだけではなく，その経済が罠から抜け出すのをより困難にしてしまうのである．

要素投入の質的変化に対して人的資本蓄積がどう効くかを表すシフトパラメータ ϕ と弾力性

γ に関して，それらパラメータの上昇は低位均衡の資本 x^l を上げ高位均衡の資本 x^h を下げる．つまり，人的資本蓄積による要素投入の高度化が容易な場合は，成長の罠に陥ってもそのときの資本レベルを上げることができる．そして，内生成長が可能となる初期資本レベルを下げることができるが，これは，より低い初期資本から長期成長が可能になることを意味する．

生産における人的資本の弾力性に関係する β については，二種類の効果が存在する．第一は，β が上昇することで資本 x における人的資本の割合が大きくなるので，要素投入の高度化に関して，人的資本蓄積の効果がより大きく出てくる．第二は，各企業の生産関数において，β が大きくなることは同時に物的資本の弾力性が小さくなることを意味する．この点に関しては，β が 0.5 以上であれば，その上昇は労働一人当りで見た資本の限界生産性を上げる．以上により，少なくとも $\beta \geq 0.5$ のときには，人的資本の弾力性の上昇は，資本の低位均衡を上げ高位均衡を下げることが言える．

5．均衡成長経路の動態

本節では，均衡成長経路の動態を位相図により分析する．図３と図４にはそれぞれ，定常状態が存在しない経済と二つの定常状態が存在する経済に関する位相図を描く．[6] 各図において，FF 曲線は (29) 式を，そして，GG 曲線は (30) 式を表す．(24) 式と (25) 式を参考にすると，FF 曲線の下方（上方）では x_t が増加（減少）し，GG 曲線の上方（下方）では $\tilde{c}_t$ が増加（減少）することが分かる．また，横断性条件 (26) 式は TT 曲線の上方部分によって，消費の実現可能性に関する条件 (27) 式は NN 曲線の下方部分によって表される．したがって，各図において，NN 曲線と TT 曲線の間に留まり続ける経路が経済の均衡成長経路となる．

[6] 十分に大きい x に関して，$\partial \frac{y}{x}/\partial x > 0, \partial(1-a(x))\frac{y}{x}/\partial x < 0$ となることが示せる．また，図４の位相図における高位均衡は，分析の複雑さを避けるためパラメータ間にある制約を課している．付録を参照されたい．

まず，図３によって定常状態が存在しない経済の動態を考察する．この経済では任意の初期資本 x^0 に対して，均衡成長経路として図中の PP が常に選択されることになる．このことは，人的資本蓄積による要素投入の高度化への効果が大きい，または人口成長率，時間割引率や資本減耗率が小さい経済では，初期資本の多寡に関わらず（$x^0 = x^i$ であっても，また，$x^0 = x^{ii}$ であっても），常に同一の内生的成長経路に乗ることを意味している．初期時点における要素投入の質的レベルの高さに関わらず，資本蓄積が要素投入の高度化を容易に促し，その高度化が更なる資本蓄積を呼び込むことによって内生的成長が達成されるのである．経済成長率に関しては，図２における資本の限界生産性と人口成長率等の関係から見てとれるように，低い初期資本レベルから出発すると，あるプラスの成長率から逓減していくがゼロに達することなく，いずれ逓増する局面を迎え，最終的に一定率成長に落ち着いていく．したがって，そのような初期資本を持つ経済において，経済成長率が逓減する局面では成長の罠に陥る経済と同様の成長パターンが現れるが，その後，成長率は逓増し罠に陥った経済とは全く異なる成長経路を辿る．なお，所得の分配に関して考察すると，労働所得に対して資本所得の割合がどんどん大きくなり，極限においては資本所得のみとなることが分かる．また，生産関数は，物的資本財と人的資本財からなるコブ·ダグラス型，つまりは AK 型へ極限において収束する．

次に，図４に示した複数の均衡成長経路が存在する経済を見てみる．この場合は成長の閾値が存在し，経済の長期的動向が初期資本の多寡に依存するようになる．いま，初期時点の資本量が．成長の閾値 x^h よりも少なかったとしよう，例えば $x^0 = x^i$．選択される均衡成長経路は SS であり，この経路は定常状態 A 点に鞍点収束することが分かる．要素投入の質的な高度化が難しいため，資本蓄積そして投入の高度化が停滞してしまうのである．よって，このような経済は，外部性の存在から定量的には異なるものの，定性的には技術進歩のない新古典派成長モ

デルと同様の成長パターンとなる．[7] 逆に初期資本が，閾値 x^h よりも多かったとしよう，例えば $x^0 = x^{ii}$．このときは，PP で表される発散経路が均衡成長経路となる．要素投入の質的な高度化は難しいのだが，初期時点におけるその質的レベルが既に高く外部経済効果が大きいことから，各企業の資本蓄積と投入の質的な高度化との間に補完関係が発生して，資本蓄積そして高度化はストップせずに進んでいくのである．

したがって，構造パラメータに関して同じ値を持つ経済であったとしても，初期資本の低さつまりそれは外部経済効果の小ささから，潜在的には長期的な成長を達成できる経済でありながら成長の罠に陥ってしまう．だが，初期時点において少なくとも高位均衡 x^h よりも大きな資本を有する経済では，上述の定常状態が存在しない場合と同様に，内生成長を達成することが可能となる．

もちろん，ひとたび A 点で表される低位均衡に収束してしまった経済でも，もし外生的に資本を増加させることができれば，長期的な成長経路に移ることも不可能ではない．ただし，そのような経路転換をもたらすための資本量は，一般に少なくないであろう．例えば，ある国が成長の罠に陥ってしまい，資金の貸与や贈与などの援助を海外から受ける場合を考えてみよう．このとき，それら援助の規模が成長の閾値を越えるのであれば，確かにその国を罠から救い出すことが可能だが，援助が中途半端な規模だと，その国は一時的に生産を増やすものの最終的にもとの低位均衡に戻ってしまう．

もし，要素投入の高度化を政策によって促すことができるのであれば，具体的には，経済全体の人的資本蓄積が要素投入の高度化をどの程度促すのかを表すシフトパラメータ ϕ と弾力性 γ の上昇，または，総資本における人的資本の割合 β の上昇が可能ならば，たとえ初期時点

[7]本モデルにおける企業は投入の質的レベルを所与とするが，仮に，工程の新たな資本化を採用しないとしても，この低位均衡では新古典派モデルと同じ成長パターンとなるので，本質的なことは何ら変わらない．

における要素投入の質的レベルが低くても長期成長が可能となってくる．このような場合には，成長の罠に陥っているような国への援助は，要素投入の高度化を促進した方が効果的であろう．

なお，本論文で用いた生産関数における資本と労働間の代替の弾力性に関して，以下のインプリケーションが得られる．企業の生産関数は一次同次であり，代替の弾力性は常に１である．その生産関数を社会的に見ると依然一次同次であるが，代替の弾力性は経済全体の労働一人当り資本に依存し，それに対して増加関数となっている．そして，付録に示すように，定常状態における代替の弾力性は，低位均衡において代替の弾力性は１よりも小さく，代替の弾力性が１よりも大きいときには，経済は必ず内生成長経路上にあることが示せる．つまり，成長の罠に陥っているようなときには，資本と労働はコブ·ダグラス型よりも補完的な関係にあり，資本と労働がより代替的な関係にあるときには，経済は内生成長の状態にある．

Duffy and Papageorgiou (2000) は，クロスカントリーにおける CES 型生産関数の推定のもと，代替の弾力性が１つまりコブ·ダグラス型の棄却を労働と物的資本間において報告している．本論文における代替の弾力性に関する考察は労働と物的資本間でも同様に行えるので，互いに整合性がある．[8] さらに彼らは，経済の発展段階に応じて各国をグループ化したもとで推定し，人的資本で調整された労働と物的資本間の代替の弾力性ではあるが，低成長国におけるそれは 1 よりも小さく，先進国では１よりも大きいことを発見している．したがって，生産要素間の技術的な代替可能性に関して，本論文では彼らと同様の考察が得られている．

6．おわりに

この論文では，経済成長を考えるにあたって，生産要素である資本と労働の量的変化だけ

[8]本論文の均衡において，人的資本と物的資本は比例関係にある．また，人的資本と物的資本の区別は，本質的な結論に何ら致命的ではない．

ではなく，資本と労働の工程数によって要素投入の質的変化を明示的に考慮したことから，経済成長の二極化を考察することができた．初期時点において要素投入の質的レベルが低く，さらなる高度化が困難であれば成長の罠に陥ってしまい，逆に，高度化が容易であれば内生成長経路に乗れる．このことは，戦後の時点では所得や資本レベルは低くその後成長が停滞してしまった国と，逆に先進国に追いついていった国との違いを捉えることができる．また，要素投入の高度化がかなり進んでいる状態から出発すれば，さらなる高度化の難易に関わらず内生成長経路上にあるが，これは，先進国の経済成長パターンとして解釈できよう．

さらに，本質的には資本蓄積のみによって，経済成長を説明することを本論文では試みた．Kumar and Russell（2002）は実証分析によって，経済成長への貢献に関して，追随国の主導国への追いつき効果や技術進歩は小さく，主に物的資本の蓄積が重要であることを発見している．この論文での資本は，物的資本だけではなく人的資本も考慮している点で彼らとは異なるが，資本蓄積が成長に重要である点では，本論文の帰結と彼らの実証結果は矛盾しない．

以上のように，本論文ではある程度の実証的整合性が見てとれる．ただし，ここでの主要な結果は，要素投入の質的変化が学習効果とそのスピルオーバーによってなされるという仮定に決定的に依存している．よって，工程のシフトという技術を開発する経済主体を考慮したモデルを現在構築中である．

付録：

この付録では，まず，複数定常均衡の性質を調べ，低位均衡は鞍点であり高位均衡は発散点であることを示す．そのためにまず，$o_t \equiv \ln x_t$ と $p_t \equiv \ln \tilde{c}_t$ を定義して，連立微分方程式 (24) 式と (25) 式を定常状態の近傍で線型近似してみる：

$$(A1) \qquad \begin{pmatrix} \dot{o}_t \\ \\ \dot{p}_t \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} o_t - o \\ \\ p_t - p \end{pmatrix},$$

ただし，o と p はそれぞれの定常状態における値であり，C は定常状態において評価されたヤコビ行列である：

$$C \equiv \begin{pmatrix} -\frac{\rho+n+\delta}{a}[\gamma a \ln \frac{\rho+n+\delta}{\beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta}} + (1-a)] & -[\frac{\rho+n+\delta}{a} - (n+\delta)] \\ \\ \frac{1-a}{a}(\rho+n+\delta)[\gamma a \ln \frac{\rho+n+\delta}{\beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta}} + 1 + (1-a)] & \frac{\rho+n+\delta}{a} - (n+\delta) \end{pmatrix}.$$

この連立方程式 (A1) から，固有方程式は次のように導出される：

$$(A2) \qquad \det[C - \lambda I] = \lambda^2 + D\lambda + E,$$

ただし，a は定常状態における要素投入の質的レベルであり，$S \equiv \ln \frac{\rho+n+\delta}{\beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta}}$ の定義のもと，D と E は次のように書ける：

$$D \equiv (\rho+n+\delta)\gamma S - \rho < 0,$$

$$E \equiv (\rho+n+\delta)[\frac{\rho+n+\delta}{a} - (n+\delta)][\gamma a(-S) - (1-a)(1-\gamma)].$$

なお，定常状態においては，$(\rho+n+\delta) < \beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta}$ を仮定する．$\beta(\frac{1-\beta}{\beta})^{1-\beta}$ は $\beta = 0.5$ において最小値 0.5 をとるので，$(\rho+n+\delta)$ が 0.5 よりも小さければ，β の値に関わらずこれは成立する．

E が負であれば，固有値は正の実数解一つと負の実数解一つとなる．E が正でありさらに (D^2-4E) が正であれば，固有値は正の実数解二つとなる．E の正負は，次の条件で記述できる：

$$(A3)\qquad E\gtrless 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma}{1-\gamma}(-S)\gtrless\frac{1-a}{a}.$$

ここで，定常状態の資本の値を決める (31) 式を思い出し，$f(x)$ の x に関する微分を求める：

$$(A4)\qquad \frac{\partial f(x)}{\partial x}\lessgtr 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma}{1-\gamma}(-S)\lessgtr\frac{1-a}{a}.$$

$\frac{\partial f(x)}{\partial x}<0$ は，社会的に見た最終財生産企業の労働一人当り資本の限界生産性が収穫逓減の局面にあることを意味し，これは低位均衡の場合である．一方，$\frac{\partial f(x)}{\partial x}>0$ は，社会的な労働一人当り資本の限界生産性が収穫逓増のときであり，これは高位均衡の場合である．固有値の符号に関する条件式 (A3) と複数定常均衡の性質に関する条件式 (A4) を比べると，低位均衡のとき，固有値は正と負の実数解が一つずつあり，高位均衡のときには正の実数解が二つあることが判明する．したがって，低位均衡は鞍点であり，高位均衡は発散点である．なお，位相図 4 の高位均衡においては $(D^2-4E)\geq 0$ を仮定しているが，$(D^2-4E)<0$ のもとでは固有値は虚数解を持つので，サイクルのある発散となる．この場合には，均衡成長経路の不決定性が発生する可能性がある．そして，その経路の一つとしては，経済成長率はいったんマイナスとなり，その後プラスの長期成長を達成するということもあり得る．[9]

では次に，社会的に見た生産関数において，資本 X_t と労働 L_t 間における代替の弾力性を考える．それを定常状態で評価すると，以下のようになる：

$$(A5)\qquad \sigma_s\equiv\frac{[\gamma a(-S)+a][\gamma a(-S)+(1-a)]}{[\gamma a(-S)+a][\gamma a(-S)+(1-a)]+\gamma a(1-a)[\gamma\frac{1-2a}{1-a}(-S)+(2-\gamma)]},$$

[9] $(n+\delta)(1-a)+\frac{\rho}{2}$ が小さいほど，固有値は虚数解を持たない．高位均衡の a が高いほど，また，n,δ,ρ の a への影響が小さければ人口成長率，減価償却率や時間割引率が低いほど，固有値は実数解となる．

ただし，σ_s は定常状態で評価した代替の弾力性である．

低位均衡のときには (A4) 式の条件により $\sigma_s < 1$ であるので，これは，成長の罠に陥っているときには，資本と労働間の代替の弾力性は 1 よりも小さいことを意味する．また，(A4) 式における高位均衡の条件から $\sigma_s > 1$ は含意されないが，代替の弾力性が 1 よりも大きいときの資本は，高位均衡の資本 x^h つまり成長の閾値よりも高いので，それが 1 よりも大きいときには，確実に内生成長経路にあることが分かる．

参考文献

[1] Arrow, K.J. (1962) " The Economic Implications of Learning by Doing, " *Review of Economic Studies,* Vol.29, pp.155-173.

[2] Duffy, J. and C. Papageorgiou (2000) " A Cross-Country Empirical Investigation of the Aggregate Production Function Specification, "*Journal of Economic Growth,* Vol.5, pp.87-120.

[3] Einarsson, T. and M. H. Marquis (1996) " Note on Human Capital Externarities, " *Journal of Macroeconomics,* Vol.18, pp.341-351.

[4] Kumar, S. and R. Russell (2002) " Technological Change, Technological Catch-up, and Capital Deepening: Relative Contribution to Growth and Convergence, " *American Economic Review*, Vol. 92, pp. 527-548.

[5] Lucas, R.E. (1988) " On the Mechanics of Economic Development, " *Journal of Monetary Economics*, Vol.22, pp.3-42.

[6] Quah, D. T. (1996) " Empirics for economic growth and convergence, " *European Economic Review,* Vol.40, pp.1353-1375.

[7] Romer, P. M. (1986) " Increasing Returns of Long-Run Growth, " *Journal of Political Economy,* Vol.94, pp.1002-1037.